

Oefening Behoudswetten, Symmetrieën en Reactiediagrammen met Antwoorden

(Ed van den Berg en Dick Hoekzema, Project Moderne Natuurkunde)

Dit is de kern van het PMN deeltjeshoofdstuk. De leerlingen en uzelf kunnen via werkblad 4.4 kennis opbouwen over behoudswetten en reactiediagrammen. *Tabel 2. Elementaire deeltjes.*

Elementaire Deeltjes: Fermionen							
Quarks				Leptonen			
Generatie	Deeltje/smaak	Massa (GeV/c ²)	Lading (e)	Generatie	Deeltje/smaak	Massa (GeV/c ²)	Lading (e)
1	u up quark	0,003	2/3	1	ν_e elektron neutrino	$<1 \times 10^{-5}$	0
	d down quark	0,006	-1/3		e^- elektron	0,000511	-1
2	c charm quark	1,3	2/3	2	ν_μ muon neutrino	$<0,0002$	0
	s strange quark	0,1	-1/3		μ^- muon	0,106	-1
3	t top quark	175	2/3	3	ν_τ tau neutrino	$<0,02$	0
	b bottom quark	4,3	-1/3		τ^- tau	1,7771	-1
Elementaire Deeltjes: Bosonen							
Sterke interactie				Elektrozwakke interactie			
	g gluon	0	0		γ photon	0	0
					W^- W-min-boson	80,4	-1
					W^+ W-plus-boson	80,4	+1
	graviton (hypothetisch)				Z^0 Z boson	91,2	0
<ul style="list-style-type: none"> Ieder deeltje heeft een antideeltje, met dezelfde massa en met tegengestelde lading, en tegengesteld baryon- of leptongetal. Alle genoemde quarks hebben baryongetal 1/3 en leptongetal 0 Alle genoemde leptonen hebben baryongetal 0 en leptongetal 1 Leptonbehoud geldt apart voor elektron/neutrino, muon/neutrino, en tau/neutrino 							

Tabel 3. Enkele samengestelde deeltjes.

deeltje	samenstelling	baryongetal	leptongetal
p^+ proton	uud	1	0
p^- anti-proton	$\bar{u}\bar{u}\bar{d}$	-1	0
n neutron	udd	1	0
\bar{n} anti-neutron	$\bar{u}\bar{d}\bar{d}$	-1	0
π^- pi-min-meson	$\bar{u}d$	0	0
π^+ pi-plus-meson	$u\bar{d}$	0	0
π^0 pi-nul-meson	$u\bar{u} / d\bar{d}$	0	0
H waterstofatoom	p^+e^-	1	1

Het werkblad gebruikt de snelle feedback methode. Dat is een klassikale methode waarin de docent een serie opdrachten geeft die meestal een individuele schets, tekening, of grafiek als

antwoord vereisen (Berg, 2001). De docent kan dan in een oogopslag het antwoord identificeren. De opdrachten worden één voor één gegeven. Bij elke opdracht loopt de docent rond, inspecteert wat leerlingen er van maken. De docent stelt een snelle vraag hier en daar. Als leerlingen eerder klaar zijn, dan kunnen ze hun oplossing vergelijken met die van anderen. Vervolgens keert de docent terug naar het bord, bespreekt zeer kort één of twee veel gemaakte fouten, en geeft een nieuwe opdracht. Het is belangrijk de vaart erin te houden. De opdracht voor leerlingen en het rondlopen van de docent kan 2 of 3 minuten duren. Nabespreking duurt 1 of 2 minuten en het is tijd voor de volgende opdracht. Over een serie van 6 – 8 opdrachten kan een vaardigheid zeer effectief worden “ingeslepen”. Bovendien heeft de docent op elk moment een redelijk goed beeld van wat leerlingen wel en niet begrijpen en hoever ze zijn. Daarvoor is het noodzakelijk dat de docent voortdurend over de schouders van de leerlingen meekijkt en indrukken baseert op echt leerlingenwerk, dus *niet* gokken op ervaring zonder te kijken naar werk van leerlingen. Het doel van het meekijken van de docent is foute antwoorden te herkennen, oorzaken te begrijpen, en te corrigeren en dus NIET beoordeling. Als dat goed begrepen wordt door leerlingen, dan werkt de methode.

Men zou een uitgebreide inleiding kunnen geven over behoudswetten en symmetrieën of de leerlingen de betreffende pagina's op de PMN website kunnen laten doorlezen en dan pas overgaan op de snelle feedback oefeningen. Wijzelf geven er de voorkeur aan om zeer korte uitleg en oefening te integreren met het werkblad in de volgende stappen:

1. (Docent) We beginnen met de reactievergelijking: $p^+ + e^- \rightarrow H$ en geven een voorbeeld van C -symmetrie door de deeltjes door anti-deeltjes te vervangen: $p^- + e^+ \rightarrow \bar{H}$. Deze anti-waterstofatomen kunnen inmiddels gemaakt worden in Geneve. De reactie kan dus echt.
2. Leerlingen doen opgave 1a en 1b. De docent loopt rond en identificeert eventuele problemen.
3. Docent bespreekt 1a. en illustreert vervolgens de tijdsymmetrie operatie met de ionisatie van het waterstof atoom: $H \rightarrow p^+ + e^-$.
4. Leerlingen doen opgave 1c, de docent kijkt over de schouder mee.
5. Docent bespreekt voorbeeld 1c voorzover nodig en leg kort de kruisingsoperatie uit.
6. Leerlingen doen opgaven 1d en 1e.
7. Docent bespreekt 1d en 1e.
8. Etc. Opgaven 2 en 3 gaan op soortgelijke manier. Vanaf opgave 4 werken leerlingen individueel in eigen tempo en niet meer met snelle feedback.

Nu volgt de docentenversie van het werkblad met antwoorden en aantekeningen Een leerlingversie zonder antwoorden staat op de website en kan gebruikt worden voor duplicatie.

1. *Betaverval*

$$n \rightarrow p^+ + e^- + \bar{\nu}_e \quad (1)$$

Vraag 1	Antwoord 1
a) Controleer baryon, lepton, en ladingsbehoud in reactie (1)	a) Baryon: $+1 = +1$ Lepton: $0 = +1-1$ Lading: $0 = +1-1$
b) Pas C -symmetrie toe op (1) en schrijf de resulterende vergelijking	b) $\bar{n} \rightarrow p^- + e^+ + \nu_e$
c) Pas T -symmetrie toe op (1) en schrijf de resulterende vergelijking	c) $p^+ + e^- + \bar{\nu}_e \rightarrow n$
d) Pas X ($\bar{\nu}$)-symmetrie toe op (1)	d) $n + \nu_e \rightarrow p^+ + e^-$
e) Pas $X(e^-)$ -symmetrie toe op (1)	e) $n + e^+ \rightarrow p^+ + \bar{\nu}_e$

De meest gemaakte fout bij 1b is dat leerlingen gewoon n schrijven, alsof alleen geladen deeltjes anti-deeltjes hebben. Maar n bestaat uit udd en \bar{n} bestaat uit $\bar{u}\bar{d}\bar{d}$ quarks, neutron en anti-neutron zijn dus duidelijk verschillend.

De reacties verkregen door toepassing van symmetrieën zijn fysisch *mogelijk* maar niet altijd *waarschijnlijk*. Reactie 1c is tamelijk onwaarschijnlijk want deze vereist drie verschillende deeltjes binnen een afstand van 10^{-15} m.

Antiprotonen en positronen zijn herkenbaar aan hun lading. Meestal wordt het streepje weggelaten, dus p^- in plaats van \bar{p}^- .

2. Reacties met pionen



Vraag 2	Antwoord 2
a) Controleer voor baryon en ladingsbehoud in reactie (2)	a) Baryon: $0+1=0+1$ Lading: $-1+1=0+0$
b) Pas C -symmetrie toe op (2), waarbij π^+ als anti-deeltje van π^- genomen wordt en π^0 als antideeltje van zichzelf.	b) $\pi^+ + p^- \rightarrow \pi^0 + \bar{n}$
c) Pas T -symmetrie toe op (2)	c) $\pi^0 + n \rightarrow \pi^- + p^+$
d) Pas X (n) toe op (2)	d) $\pi^- + p^+ + \bar{n} \rightarrow \pi^0$
e) Waarom is de laatste reactie tamelijk onwaarschijnlijk?	e) Het is tamelijk onwaarschijnlijk die drie deeltjes toevallig binnen 1 fm (10^{-15} m) bij elkaar te krijgen.
f) Het π^0 deeltje bestaat uit een up quark en zijn antideeltje ($u\bar{u}$) of een down quark en zijn antideeltje ($d\bar{d}$). Zal het deeltje lang bestaan? Leg uit.	f) Annihilatie kan plaatsvinden tussen u en \bar{u} of tussen d en \bar{d} maar niet tussen twee quarks van verschillende smaak zoals u en \bar{d} en d en \bar{u} .

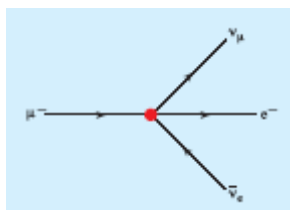
Vraag 2 verloopt redelijk vloeiend. Leerlingen hebben de regels van het spel snel door. Het bijzondere van mesonen is dat ze zijn opgebouwd uit quarks en anti-quarks en dat die niet annihileren zolang ze verschillende smaken hebben. De π^+ en π^- leven 3×10^8 keer langer dan π^0 en produceren zichtbare sporen in bellenvaten en dradenkamers. Het π^0 meson haalt hooguit een spoor van een micron lang.

3. Muonverval

De reactie voor muonverval is:


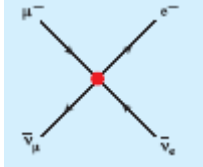
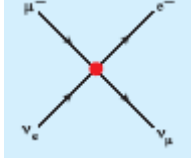


Het reactiediagram^{1,2} kan als volgt getekend worden (docent legt uit):



De reactiediagrammen die hier gebruikt worden zijn *gesimplificeerde* Feynmandiagrammen, die een grafische voorstelling van een reactievergelijking geven, maar zonder de wiskundige betekenis ervan en het verband met wisselwerkingen uit te werken. Wel geven de pijlen een verband aan met behoudswetten: Pijlen van gewone deeltjes wijzen naar rechts, pijlen van antideeltjes naar links. Een foton krijgt geen pijl maar een kronkellijn, omdat het zijn eigen antideeltje is. Het verschil van het aantal rechtse en linkse leptonpijlen (dus leptongetal) vóór en na de reactie moet gelijk zijn. Hetzelfde geldt voor baryonpijlen (baryonbehoud).

De docent introduceert de reactie diagrammen en de leerlingen beantwoorden vragen 3a-3g met snelle feedback. Na elke twee of drie items, worden antwoorden en veel voorkomende fouten kort en bondig plenair besproken.

Vraag 3	Antwoord 3
a) Controleer leptonbehoud in (3) b) Pas C symmetrie toe op (3) c) Pas $X(\nu_\mu)$ toe op (3) d) Pas $X(\bar{\nu}_e)$ toe op (3)	a) μ -leptons: $+1 = +1$ e -leptons: $0 = +1 - 1$ b) $\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu$ c) $\mu^- + \bar{\nu}_\mu \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e$ d) $\mu^- + \nu_e \rightarrow e^- + \nu_\mu$
e) Teken het reactiediagram van 3b	
f) Teken het reactiediagram van 3c	
g) Teken het reactiediagram van 3d	

4. Nogmaals betaverval

We gaan nu weer terug naar het betaverval:

$$n \rightarrow p^+ + e^- + \bar{\nu}_e \quad (4)$$

Vraag 4	Antwoord 4
a) Gebruik symmetrieën om een vergelijking af te leiden voor beta+ verval die resulteert in de emissie van een positron en een neutrino. b) Laat zien dat het niet mogelijk is om met symmetrieën uit (4) een reactie af te leiden waarin uit een neutron o.a. een positron geproduceerd wordt.	a) $X(e^-, \bar{\nu}_e)$ levert een positron en neutrino op links van de pijl. Dan passen we T toe en keren de pijl om: $p^+ \rightarrow n + \nu_e + e^+$ b) Door kruisen kunnen we met alleen de deeltjes in vergelijking (4) alleen een positron krijgen aan <i>dezelfde</i> kant van de pijl als het neutron,

<p>c) Gebruik de symmetrieën en probeer een reactievergelijking af te leiden waarin een elektron dichtbij de kern wordt ingevangen. (Dit kan in de natuur spontaan gebeuren bij een kern met hoge Z. Niet spontaan kan het ook bij beschieting van kernen met elektronen).</p> <p>d) Bekijk de vergelijkingen nog eens. Met welk proces zouden we elektron neutrino's kunnen detecteren? Met welk proces elektron antineutrino's?</p> <p>e) Reactie (4) kan plaatsvinden in een "los" neutron, maar meestal gebeurt de reactie juist in een neutron dat deel uit maakt van een kern, bv ${}^{37}_{17}\text{Cl}$. Schrijf reactie (1) op voor Chloor-37.</p> <p>f) Door kruising van de reactie in chloor 37, krijgen we een reactie die het mogelijk maakt neutrino's te ontdekken wanneer die botsen met een chloor kern. Schrijf die reactie op en voeg een diagram toe.</p>	<p>NIET aan tegenovergestelde kant. Hetzelfde geldt ook voor de C en T operaties.</p> <p>c) Als <i>input</i> moeten we een elektron hebben. Dus we passen tijdsomkeer toe op (4) en verhuizen het antineutrino naar rechts door kruisen: $p^+ + e^- \rightarrow n + \nu_e$ We krijgen dit ook door tijdsomkeer toe te passen op het antwoord van 1c.</p> <p>d) We kunnen elektronneutrino's detecteren door botsing met neutronen $n + \nu_e \rightarrow p^+ + e^-$ en elektron-antineutrino's door botsing met protonen: $p^+ + \bar{\nu}_e \rightarrow n + e^+$</p> <p>e) ${}^{37}_{17}\text{Cl} \rightarrow {}^{37}_{18}\text{Ar} + e^- + \bar{\nu}_e$</p> <p>f) ${}^{37}_{17}\text{Cl} + \nu_e \rightarrow {}^{37}_{18}\text{Ar} + e^-$</p> <p>Dit is de reactie die door Nobelprijswinnaar Davis gebruikt is om 40 jaar lang neutrino's van de zon te detecteren in een tank gevuld met een chloor verbinding.</p>
---	---

Bij vragen a) en b) wordt het interessant, we kunnen alle vormen van bèta verval afleiden uit die ene vergelijking (4): β^- , β^+ , en K-vangst. We kunnen dus voorspellen dat het invangen van elektronen door een zware kern, waarbij een proton wordt getransformeerd tot een neutron, inderdaad moet kunnen. In 1b zien we dat we ook kunnen voorspellen welke reacties **niet** kunnen.

Leerlingen zijn slim en zien gemakkelijk dat in reactie 4a de massa rechts van de pijl groter is dan links. Dan kan die reactie toch niet? Nee, gelukkig niet bij een vrij proton, anders zouden we niet bestaan. Maar de reactie is wel degelijk mogelijk in een kern wanneer er energie beschikbaar is via interacties met andere nucleonen. BINAS tabel 25 vermeldt een groot aantal β^+ stralers.

We hebben nu alle vormen van betaverval afgeleid uit vergelijking (4) door toepassing van eenvoudige operaties. Uit dezelfde vergelijking hebben we reacties afgeleid voor detectie van neutrino's en anti-neutrino's, weer via eenvoudige operaties. Dat is generalisatiekracht! Reactie 4f is 40 jaar lang gebruikt om zonneneutrino's te meten, de enige manier om producten van fusiereacties in de zon te "zien". Alleen neutrinos kunnen rechtstreeks uit het binnenste van de zon ontsnappen. O.a. op grond van Davis' metingen werd lange tijd gedacht dat er te weinig elektronneutrino's gedetecteerd werden. Onlangs werd dit probleem opgelost via de zogenaamde neutrino-oscillatie. Men neemt nu aan dat er drie neutrino massa eigentoestanden zijn met drie verschillende massa's die leiden tot drie deeltjes: ν_e , ν_μ , en ν_τ . Men is inmiddels vrij ver met kwantitatieve modellen over hoe die neutrino's van de ene vorm in de andere over kunnen gaan. Neutrino's worden tegenwoordig vaak gedetecteerd door Cherenkov straling. Bijvoorbeeld, de reactie van een proton met een elektron neutrino geeft twee signalen: Cherenkov straling van het positron en een paar honderd microseconden later het invangen van het neutron door een proton wat een 2,2 MeV foton oplevert ($p^+ + n \rightarrow D^+ + \gamma$). Dubbele confirmatie (Schwarzschild, 2003).

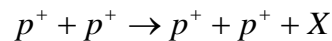
5. Botsingsprocessen

Voor de volgende reactie vergelijkingen ga na of de betreffende reactie mogelijk is of niet en geef aan waarom.

Vraag 5	Antwoord 5
a) $\pi^+ + p^+ \rightarrow p^+ + p^+ + \bar{n}$	a) baryonbehoud klopt: $0 + 1 = 1 + 1 - 1$. Ook ladingsbehoud is ook OK.
b) $p^+ + p^+ \rightarrow p^+ + p^+ + n$	b) geen baryonbehoud: $2 \neq 3$

6. Wat voor deeltjes?

Een reactie is als volgt:



X is een onbekend deeltje.

Vraag 6	Antwoord 6
a) Is het een meson of een baryon? Waarom?	a) X kan geen baryon of antibaryon zijn want dan klopt het baryonbehoud niet, het kan wel een neutraal meson zijn.
b) Heeft X lading of niet? Waarom?	b) X kan geen lading hebben want dan klopt het ladingsbehoud niet.
c) Kan X een lepton zijn?	c) Het kan geen lepton zijn, want dan klopt het leptonbehoud niet.
d) Beantwoord a), b), en c) voor het geval dat er twee deeltjes (X en Y) gevormd worden.	d) Een baryon en een antibaryon zou ook kunnen. Om aan ladingbehoud te voldoen moeten X en Y dan neutraal zijn, of een tegengestelde lading hebben. Leptonen zou kunnen maar ook dan moeten het een lepton en zijn antideeltje zijn.

Een laatste les over deeltjes kan gaan over de Large Hadron Collider en wat men met deze gigantische “microscop” wil leren. Er is voldoende informatie op de CERN website om een les te vullen. Er is ook veel populair materiaal over het Higgs deeltje.

Literatuur

Berg, E. van den (2001). Onmiddellijke Diagnose en Feedback in Natuur- en Scheikundelessen. *NVOX* 26(8), 407-410.

Hoekzema, D.J., Schooten, G.J., Berg, E. van den (2003). Behoudswetten, Symmetrieën en Elementaire Deeltjes. *NVOX* 28(5), 230-233.

Schwarzschild, B.(2003). Antineutrinos from distant reactors simulate the disappearance of solar neutrinos. *Physics Today*, March 2003, 14-16.