

# Mechanica. Een inleidende cursus in VWO 4

Werkgroep 30

*J. Wooning, V. van Dijk, K. Emmett & K. Klaassen*

College de Heemlanden, Houten, Openbaar Zeister Lyceum & FIsme, Universiteit Utrecht

## Inleiding

In een samenwerkingsverband tussen twee scholen (College de Heemlanden en Openbaar Zeister Lyceum) en het Freudenthal Instituut voor Didactiek van Wiskunde en Natuurwetenschappen, hebben we een cursus ontwikkeld die een inleiding op de mechanica beoogt te geven. De aanleiding voor onze Inleidende Cursus was tweeledig. Enerzijds wilden we het belang van de mechanica beter tot zijn recht laten komen, anderzijds wilden we begripsmatige winst boeken.

Tijdens de werkgroep hebben we enkele karakteristieke onderdelen van de Inleidende Cursus besproken, evenals de plaats van deze cursus in de rest van het mechanica-onderwijs. Ook zijn we ingegaan op praktijkervaringen. Al deze punten, aangevuld met opmerkingen naar aanleiding van vragen van deelnemers, komen in dit verslag aan bod.

## Algemeen didactische opzet

Het hoofddoel van de Inleidende Cursus is:

- De ontwikkeling van een theorie waarmee bewegingen heel precies verklaard en voorspeld kunnen worden.

Bij het ontwerpen van de cursus hebben we gebruik gemaakt van de volgende didactische uitgangspunten:

- Leerlingen zo concreet mogelijk interesseren voor het nogal abstracte hoofddoel.
- Met gebruikmaking van hun bestaande intuïties, leerlingen een weg naar dit doel laten afleggen.

Indien we hierin slagen, kunnen leerlingen tijdens de cursus steeds inhoudelijk aangeven wat ze gaan doen en waarom, dus hoe datgene wat ze gaan doen belooft bij te dragen aan hetgeen ze willen bereiken.

Al doende is het de bedoeling dat leerlingen hun intuïties verdiepen en inzicht bereiken in wat bewegingsverklaring inhoudt. Tevens hopen we leerlingen aan de hand van deze concrete casus tot dieper inzicht te brengen in het ontwikkelen en testen van theorieën.



Figuur 1. Omslag van het lesmateriaal.

Ter illustratie van de uitgangspunten, bespreken we vier karakteristieke passages uit de cursus:

- Motiveren voor bewegingsverklaring.
- Komen tot een basisidee van bewegingsverklaring, op basis van bestaande intuïties.
- Preciseren van het basisidee tot een constructiemethode.
- Evalueren van twee alternatieve theorieën ter verklaring van planeetbeweging.

### Motiveren voor bewegingsverklaring

De cursus begint met leerlingen zo concreet mogelijk te interesseren voor het hoofddoel: de ontwikkeling van een theorie waarmee je bewegingen heel precies kunt verklaren en voorspellen. Daartoe bieden we enkele geschikt gekozen voorbeelden aan van het gebruik van mechanica:

- In de voorbeelden komt voor leerlingen duidelijk naar voren wat met mechanica meer kan dan ze nu zelf al kunnen.
- De voorbeelden spreken leerlingen vooral aan door de toevoeging die mechanica mogelijk maakt.



Figuur 2. Een ontredderde Fignon, na zijn verlies.

Eén van de voorbeelden betreft de afsluitende tijdrit van de Tour van 1989. Vóór de tijdrit had de leider van het algemeen klassement, Laurent Fignon, 50 s voorsprong op zijn naaste belager, Greg Lemond. Lemond reed de tijdrit echter 58 s sneller dan Fignon, en won daarmee met 8 s voorsprong – het kleinste verschil in de geschiedenis van de Tour. Wat Fignons verlies des te pijnlijker maakt, is dat het onnodig was. Dit is wat een paar natuurkundigen concludeerden door de tijdrit eens preciezer te analyseren met gebruikmaking van mechanica. Als Fignon, net als Lemond, een triathlonstuur had gebruikt en een helm had gedragen, zou hij minstens 15 s sneller hebben gereden.

De bedoeling van dit voorbeeld mag nu duidelijk zijn. Leerlingen zien vast al wel voor zich dat Fignon met triathlonstuur en helm sneller zou zijn geweest, maar met mechanica valt het verschil in snelheid blijkbaar precies te bepalen. En het is juist dit aspect dat het voorbeeld zijn

pointe geeft – het verschil tussen winst en verlies van de Tour.

Met enkele andere aansprekende voorbeelden proberen we leerlingen op een soortgelijke manier te interesseren voor de ontwikkeling van een theorie om bewegingen heel precies te kunnen verklaren en voorspellen.

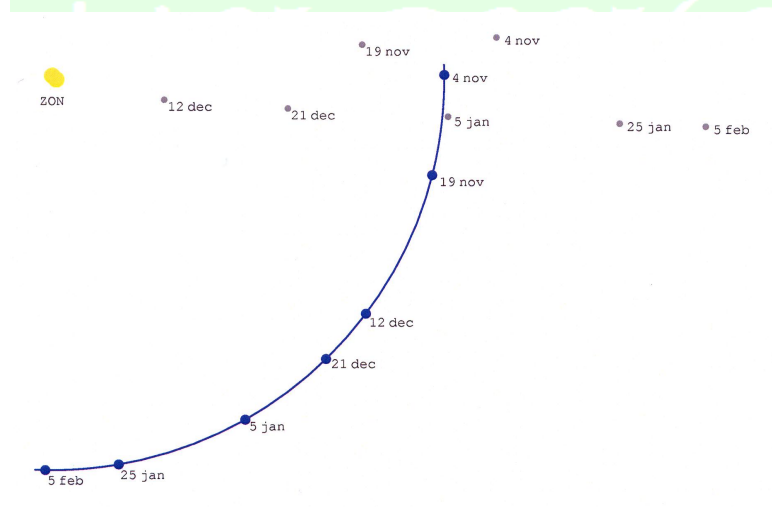
### Een basisidee van bewegingsverklaring

Nadat leerlingen aldus een doel van de cursus voor ogen hebben, betrekken we ze bij een manier om dat doel te bereiken. Om erachter te komen wat bewegingsverklaring nou eigenlijk inhoudt – hoe dat in zijn werk gaat – beginnen we met het boven tafel krijgen van de ideeën waarvan leerlingen zelf al gebruik maken, wanneer ze uitleggen waarom iets beweegt zoals het beweegt. We doen dat aan de hand van een probleem dat Newton aan het eind van de *Principia* behandelt.

#### *Een intrigerend probleem*

Eind 1680 – begin 1681 was er een aantal nachten een komeet aan de hemel te zien. De komeet wordt de *Grote Komeet van 1680* genoemd, of ook wel *komeet Kirch* – naar de Duitse sterrenkundige die de komeet voor het eerst waargenomen heeft. In figuur 3 staat heliocentrisch weergegeven waar de komeet zich bevond op de dagen dat hij is waargenomen (grijze stippen). Om een idee van de schaal te geven is ook een deel van de baan van de Aarde

weergegeven. De blauwe stippen stellen de posities van de Aarde voor op de dagen dat de waarnemingen zijn gedaan.



Figuur 3. De plekken waar komeet Kirch (grijze stippen) en de Aarde (blauwe stippen) zich op enkele data bevonden ten opzichte van de Zon (gele vlek).

De figuur roept meteen allerlei vragen op. Waar bevond de komeet zich op de dagen dat hij niet is waargenomen? Kun je ook de baan van de komeet intekenen, net zoals die van de Aarde? En vooral, wat is er eind november – begin december 1680 precies gebeurd? We leggen leerlingen de volgende vragen voor:

- Hoe ziet de baan eruit waarlangs volgens jou de komeet bewogen heeft?
- Is de komeet zomaar uit zichzelf omgekeerd? Of moet daar een oorzaak voor zijn geweest? Zo ja, welke oorzaak?
- Is de komeet tussen 4 en 19 november beïnvloed door de zon of iets anders? Zo nee, hoe komt het dat de komeet toen wel bewogen heeft?
- Idem voor het stuk tussen 21 december en 5 januari.
- Leg uit wat de komeet na 5 februari gedaan zal hebben en waarom.

Bij al deze vragen geven we aan dat het niet erg is als leerlingen niet zeker zijn van hun antwoorden. Waar het immers vooral om gaat is de aanpak. Hoe ga je te werk wanneer je de beweging van de komeet probeert te begrijpen? Welke ideeën zitten daarachter?

#### *Hoe pakken leerlingen het probleem zoal aan?*

Zoals door ons beoogd, leveren deze vragen een rijke variatie aan antwoorden op. Er zijn leerlingen die de baan achter de Zon langs tekenen, maar typisch ook minstens evenveel leerlingen die de baan voorlangs tekenen. De meeste leerlingen antwoorden dat de komeet niet zomaar uit zichzelf omgekeerd zal zijn en identificeren de Zon als oorzaak. Over de aard van de invloed van de Zon lopen de meningen wel weer uiteen. Sommige leerlingen beweren dat de invloed van de Zon steeds aantrekkend is geweest. Anderen noemen op het stuk naar de Zon toe een aantrekkende en op het stuk van de Zon af een afstotende invloed. Weer andere leerlingen beweren dat de komeet aan de Zon is afgeketst. Daarnaast wordt soms nog gesproken over een zonnewind. Verder zijn er leerlingen die het behalve over een invloed van de Zon ook hebben over een invloed van de Aarde. Die zorgt er dan bijvoorbeeld voor dat de komeet tussen 4 en 19 november iets uit zijn baan getrokken werd, of dat de komeet voor de Zon langs getrokken werd. Sommige leerlingen denken dat de komeet nauwelijks nog beïnvloed werd op het stuk tussen 21 december en 5 januari, en dat de komeet toen toch bewoog omdat hij nou eenmaal al een snelheid had. Anderen vinden dat de Zon de komeet toen toch op een of andere manier weggeduwd moet hebben. Sommige leerlingen trekken de baan vanaf

5 februari door, ook al werkt er volgens hen dan geen invloed meer. Anderen sluiten de baan, omdat er toch nog steeds aan de komeet getrokken wordt.

#### *Op weg naar een systematische aanpak*

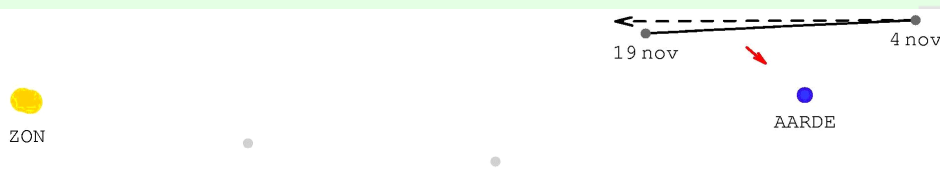
In een klassikale bespreking onder leiding van de docent komt vervolgens naar voren dat er, ondanks alle verschillen, toch ook gemeenschappelijke elementen te herkennen zijn in de manier waarop leerlingen een bewegingsverklaring aanpakken.

Eén gemeenschappelijk element is dat ze allemaal ideeën hebben over potentiële invloedsbronnen en eigenschappen daarvan. Ook al verschillen ze onderling behoorlijk over de inhoud van die ideeën, allemaal maken ze er gebruik van bij het geven van een verklaring.

Een ander gemeenschappelijk element is dat ze allemaal in het achterhoofd een idee hebben over hoe de komeet uit zichzelf zou hebben bewogen. Zo'n idee speelt, hoe impliciet ook, een rol bij wat er verklaard moet worden en op welke manier. Het duidelijkst komt dat tot uiting als het gaat om de omkering van de komeet. De gedachte dat die omkering veroorzaakt is, wat bijna alle leerlingen onderschrijven, stoelt immers op twee ideeën. Enerzijds een idee betreffende potentiële invloedsbronnen, waardoor aannemelijk wordt dat bijvoorbeeld de Zon het gedaan *kan* hebben. Maar anderzijds speelt ook het idee mee dat een komeet uit zichzelf niet zomaar zal omkeren, waaruit volgt dat er iets *moet* zijn geweest dat dit veroorzaakt heeft.

Het subtiële samenspel tussen de twee elementen komt ook nog op andere manieren naar voren, zoals bij de verschillende verklaringen die gegeven zijn voor de beweging tussen 21 december en 5 januari. Sommige leerlingen denken dat er toen nauwelijks nog een invloed op de komeet werkte, anderen dat de Zon toen nog een afstotende invloed uitgeoefend moet hebben. Volgens de eerste groep was er geen invloed nodig, omdat de komeet uit zichzelf gewoon de snelheid behield die hij al had. Volgens de tweede groep kan het niet anders dan dat er een invloed gewerkt moet hebben, vermoedelijk met in het achterhoofd het idee dat de komeet uit zichzelf gewoon stil zou zijn blijven staan. Ondanks de verschillen, zijn de twee groepen het over één ding in ieder geval eens. We hoeven alleen maar een invloed aan te wijzen wanneer de komeet anders beweegt dan hoe we denken dat hij uit zichzelf al zou bewegen. Volgens de tweede groep leerlingen beweegt de komeet anders dan hij uit zichzelf zou doen (want uit zichzelf zou hij stilstaan), dus moeten zij op zoek gaan naar een invloed. Volgens de eerste groep leerlingen werkt er geen invloed, maar dat klopt dan ook met hoe de komeet beweegt (want uit zichzelf behoudt hij zijn snelheid al).

Op deze manier komt geleidelijk een systematische aanpak van bewegingsverklaring naar voren. De beweging van de komeet is uit te leggen als een combinatie van hoe de komeet uit zichzelf al verder zou hebben bewogen en een afwijking daarvan ten gevolge van een invloed. Een aanzet daartoe is al te vinden bij de leerlingen die denken dat de komeet tussen 4 en 19 november iets uit zijn baan getrokken is door de Aarde – een gedachte die in figuur 4 grafisch is weergegeven.



Figuur 4. Uit zichzelf zou de komeet langs de streepjespijl bewogen hebben. Door een aantrekkende invloed van de Aarde is hij een beetje uit die baan getrokken. De rode pijl stelt de invloed voor.

De twee besproken gemeenschappelijke elementen, en de subtiële combinatie daarvan, kunnen als volgt worden samengevat.

#### **Basisidee van bewegingsverklaring:**

Een invloed veroorzaakt een afwijking van hoe iets uit zichzelf al zou bewegen.



### *Vooruitblik*

Met de formulering van dit basisidee van bewegingsverklaring is het hoofddoel van de cursus natuurlijk nog niet bereikt, maar het geeft wel richting aan wat er gedaan moet worden om een theorie te ontwikkelen waarmee je beweging kunt verklaren. Op de volgende vragen moeten antwoorden gevonden worden:

- Wat voor invloeden werken op de komeet?
- Hoe zou de komeet uit zichzelf al verder bewegen?

Op dit moment in de cursus zijn leerlingen uiteraard nog onzeker over hun antwoorden, ook al hebben ze wel hun vermoedens. Bovendien zijn ze het lang niet allemaal met elkaar eens, zonder dat nou meteen duidelijk is wie gelijk heeft.

Hetzelfde gold voor de natuurwetenschappers die aan de wieg van bewegingsverklaring hebben gestaan. Zo hadden Kepler en Newton onderling heel verschillende aannames over zowel de invloeden als de beweging uit zichzelf. In de rest van de cursus gaan leerlingen in zekere zin de gedachten volgen van Kepler en Newton. Daarbij komt vanzelf de vraag naar voren wie van de twee gelijk had: wiens aannames zijn beter, en hoe kom je daarachter?

### *Waarom Kepler en Newton?*

We behandelen zowel Kepler als Newton om verschillende redenen. Naar onze indruk begrijp je een theorie des te beter, wanneer je ook begrijpt waarom deze beter is dan een andere. Bovendien staat Keplers theorie dicht bij de eigen ideeën van in ieder geval sommige leerlingen, ook al weten ze dan van horen zeggen (bijvoorbeeld bij ANW) dat Newtons theorie de juiste is. Verder vinden we het belangrijk om de gronden voor theoriekeuze aan de orde te stellen – niet zozeer in abstracto, maar juist gekoppeld aan concrete alternatieve theorieën. Tenslotte lijkt het ons voor vwo-leerlingen belangrijk en interessant om iets te weten over de ontstaansgeschiedenis van een belangrijke wetenschappelijke theorie.

### **Een nauwkeurige constructiemethode**

Voordat leerlingen gaan leren over de aannames van Kepler en Newton over de invloeden die werken op hemellichamen, wordt eerst het basisidee nog uitgewerkt tot een methode om bewegingen nauwkeurig te kunnen construeren. Die methode komt neer op:

- tijdstapje-voor-tijdstapje toepassing van het basisidee;
- verkleining van het tijdstapje om tot nauwkeurige resultaten te komen.

Om het basisidee te kunnen toepassen, moet behalve een aanname over de invloeden ook een aanname gemaakt worden over de beweging uit zichzelf. Wat deze laatste aanname betreft onderscheiden we twee gevallen:

- *stilstaan*: dit is Keplers aanname;
- *met dezelfde snelheid rechtdoor bewegen*: dit is Newtons aanname.

Beide aannames komen, zij het impliciet, meestal ook voor bij leerlingen.

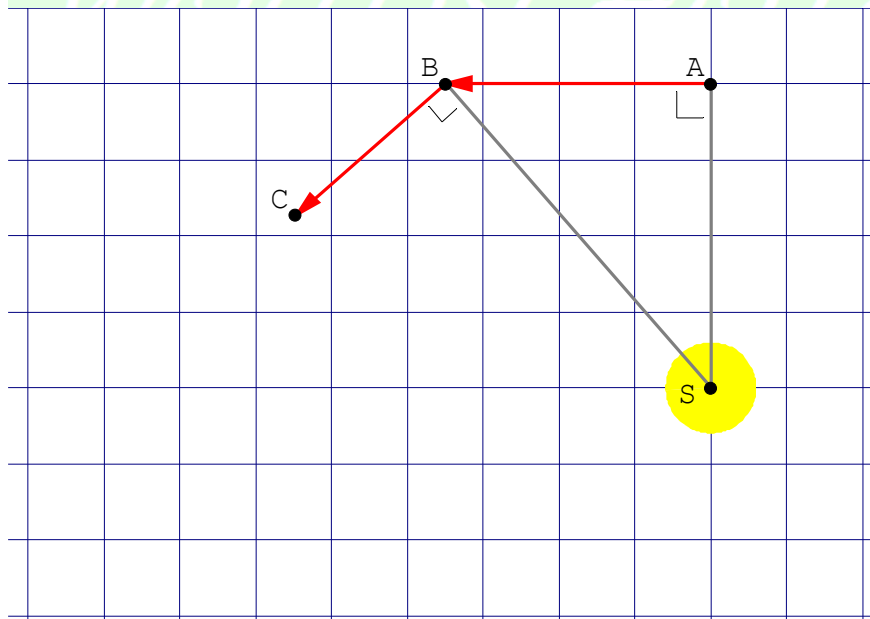
### *Nauwkeurige constructies maken met als aanname voor de beweging uit zichzelf: stilstaan*

Met deze aanname voor de beweging uit zichzelf is de constructiemethode vrij eenvoudig. Een voorwerp verplaatst zich dan immers alleen maar als er een invloed op werkt. We laten leerlingen bij wijze van voorbeeld een constructie maken waarbij op een komeet een invloed werkt met de volgende eigenschappen:

- De invloed wordt uitgeoefend door de Zon.
- De invloed staat steeds dwars op de verbindingslijn tussen de komeet en de Zon.
- De invloed is kleiner, naarmate de komeet verder van de Zon af is.

De Zon zou bijvoorbeeld een dergelijke invloed kunnen uitoefenen, doordat ze om haar eigen as draait en al draaiend de komeet als het ware meesleurt.

Om het aanleren van de constructiemethode wat levendiger te maken, stellen we de vraag of met zo'n invloed verklaard kan worden dat de komeet omkeert, in combinatie natuurlijk met 'stilstaan' als aanname voor de beweging uit zichzelf.



Figuur 5. Begin van een constructie met een 'dwarse' invloed en met 'stilstaan' als aanname voor de beweging uit zichzelf.

Op een gegeven moment bevindt de komeet zich in positie A (zie figuur 5). Waar bevindt de komeet zich een dag later? Met stilstaan als aanname voor de beweging uit zichzelf, zou de komeet zonder invloed nog steeds in A zitten. Maar er is wel een invloed. Deze staat dwars op de verbindingslijn tussen de komeet en de Zon (dus loodrecht op de lijn SA). Door de invloed gaat de komeet in die richting bewegen (zie de rode pijl). Stel dat de grootte van de verplaatsing in één dag (op schaal) wordt gegeven door de formule:

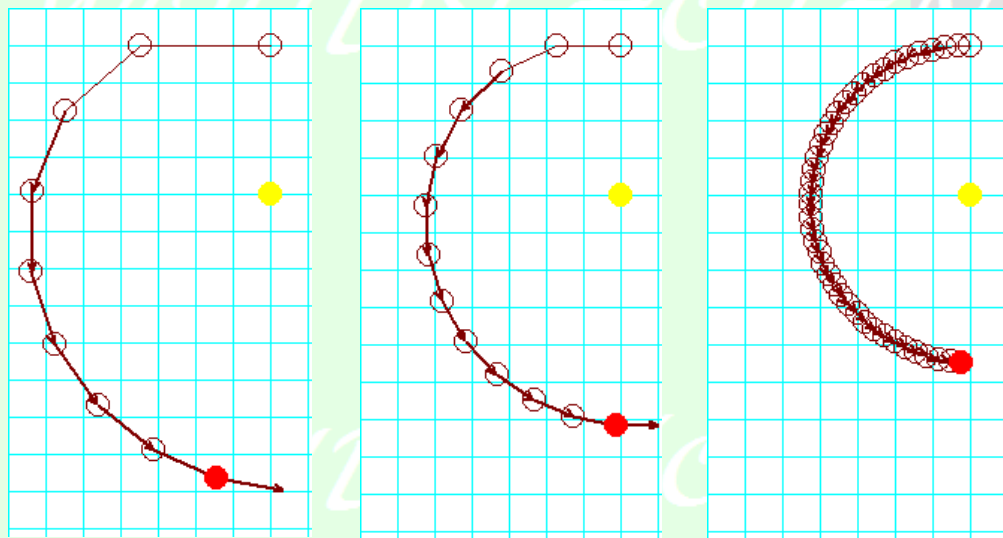
$$\text{verplaatsing in 1 dag} = \frac{14}{\text{afstand tot de Zon}}$$

Met gebruikmaking van deze formule volgt dat de komeet zich één dag later bevindt in positie B, aan het uiteinde van de rode pijl (de verplaatsing door de invloed).

Met een analoge redenering volgt dat de komeet zich weer een dag later in C bevindt. Leerlingen voeren vervolgens de constructie uit voor nog enkele tijdstappen. Zo zien ze dat met de gemaakte aannames inderdaad verklaard kan worden dat de komeet omkeert. Verder volgt uit deze aannames dat de komeet achter de Zon langs gaat, en dat de omkering ongeveer 8 dagen duurt.

Uiteraard volgt nog niet dat de aannames goed zijn, maar wel dat met de gemaakte aannames een beweging geconstrueerd kan worden. Of tenminste een ruwe benadering van de beweging, want het is duidelijk dat de baan van een komeet niet zo hoekig zal zijn als de baan ABC... Een betere benadering wordt verkregen door de constructie te herhalen met een kleinere tijdstap. Dit laten we leerlingen niet zelf doen, maar we laten ze werken met een computer. In onze cursus gebruiken we het freeware programma *Modellus*, vanwege de mooie animatiemogelijkheden. In figuur 6 staan enkele constructies die door de computer zijn gemaakt. De linkse stemt overeen met de constructie die leerlingen zelf ook gemaakt hebben. De andere constructies zijn gemaakt met een steeds kleinere tijdstap. Op deze manier wordt de construc-

tiemethode aangeleerd als een procedure die leerlingen in principe zelf ook stap-voor-stap kunnen volgen, maar waarvoor de computer tenslotte ingezet wordt om snel tot nauwkeurige resultaten te kunnen komen.



Figuur 6. Door steeds kleinere tijdstapjes te nemen, wordt de geconstrueerde beweging steeds nauwkeuriger.

#### *Nauwkeurige constructies maken met als aanname voor de beweging uit zichzelf: rechtdoor bewegen*

Met deze aanname voor de beweging uit zichzelf is de constructiemethode wat lastiger. Er moet nu immers ook rekening gehouden worden met een verplaatsing uit zichzelf. We gebruiken weer de context van de komeetomkering om het aanleren van de constructiemethode wat levendiger te maken. De vraag is nu dus of de aanname 'rechtdoor bewegen' voor de beweging uit zichzelf zodanig gecombineerd kan worden met een aanname over de invloed, dat verklaard wordt dat de komeet omkeert. We laten leerlingen een constructie maken waarbij op de komeet een invloed werkt met de volgende eigenschappen:

- De invloed wordt uitgeoefend door de Zon.
- De invloed is afstotend.
- De invloed is kleiner, naarmate de komeet verder van de Zon af is.

Sommige leerlingen hebben eerder een dergelijke invloed voorgesteld.

Op een gegeven moment bevindt de komeet zich in positie A (zie figuur 7). Waar bevindt de komeet zich een dag later? Wat daarvoor in ieder geval bekend moet zijn, is de afwijking die door de invloed veroorzaakt wordt. De invloed is afstotend, dus is de afwijking van de Zon af gericht (zie de rode pijl). Stel dat de grootte van de afwijking in één dag (op schaal) wordt gegeven door de formule:

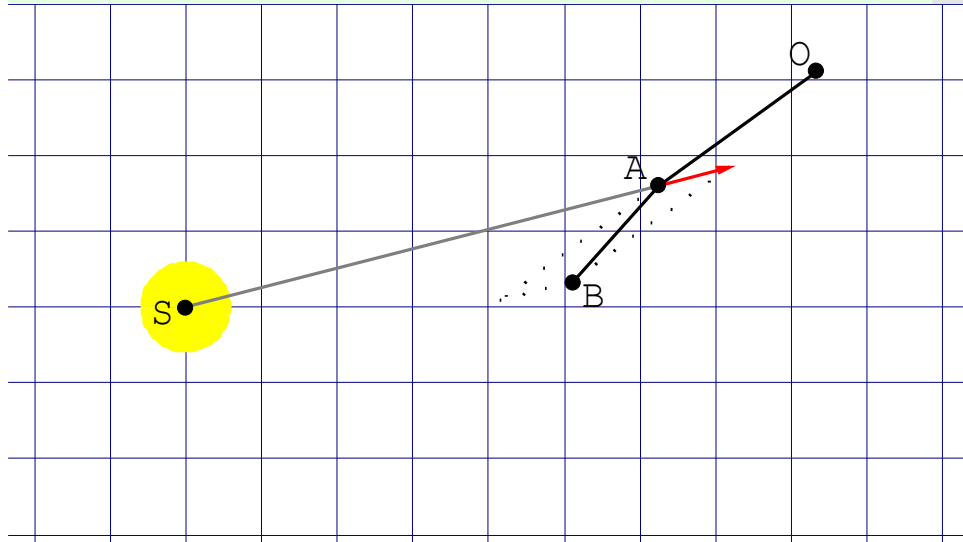
$$\text{grootte afwijking in 1 dag} = \frac{40}{(\text{afstand tot de Zon})^2}$$

De lengte van de rode pijl wordt met deze formule bepaald.

Er kan nu echter niet geconcludeerd worden dat de komeet zich één dag later aan het uiteinde van de rode pijl bevindt. Er moet immers ook nog rekening mee worden gehouden dat de komeet uit zichzelf al verder zou hebben bewogen: rechtdoor met de snelheid die hij al had. Om de verplaatsing uit zichzelf te kunnen bepalen, is het nodig om te weten waar de komeet een dag eerder was. Stel dat deze toen in O was. Dan zou de komeet vanaf A uit zichzelf in

het verlengde van OA bewogen hebben, over dezelfde afstand als OA, zoals weergegeven door de stippellijn.

Eén dag later bevindt de komeet zich niet aan het eind van de rode pijl, noch aan het eind van de stippellijn in het verlengde van OA, maar aan het eind van de vectoriële som van deze twee verplaatsingen: positie B.



Figuur 7. Begin van een constructie met een afstotende invloed en met 'rechtdoor bewegen' als aanname voor de beweging uit zichzelf.

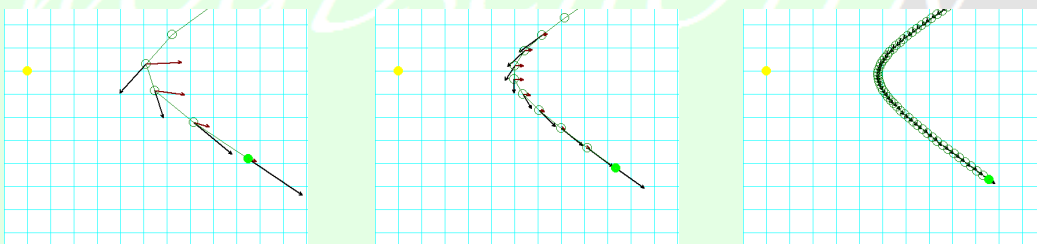
Op analoge manier is te bepalen waar de komeet zich nog een dag later bevindt. Leerlingen voeren deze constructie uit, en bepalen ook waar de komeet nog weer enkele dagen later terechtkomt. Zo zien ze dat ook met deze aannames verklaard kan worden dat de komeet omkeert. Verder volgt uit deze aannames dat de komeet voor de Zon langs gaat, en dat de omkering ongeveer 5 dagen duurt.

Uiteraard volgt ook nu niet dat de aannames goed zijn, maar weer wel dat met de gemaakte aannames een beweging geconstrueerd kan worden. Opnieuw wordt een betere benadering van de baan verkregen door de constructie te herhalen met een kleinere tijdstap, wat we leerlingen weer met een computer laten doen. We gaan niet in op de mathematische details van de constructiemethode. Zo staat in het lesmateriaal zonder afleiding dat bij aanpassing van de tijdstap geldt voor de invloedloze verplaatsing en voor de afwijking door de invloed:

$$(\text{verplaatsing uit zichzelf in tijdstap}) = (\text{snellheid}) \times (\text{tijdstap})$$

$$(\text{afwijking door invloed in tijdstap}) = (\text{invloed}) \times (\text{tijdstap})^2$$

In figuur 8 staan enkele constructies die door de computer zijn gemaakt, waarvan de linkse overeenstemt met de constructie die leerlingen zelf ook gemaakt hebben. De andere constructies zijn gemaakt met een steeds kleinere tijdstap.



Figuur 8. De geconstrueerde beweging wordt weer steeds nauwkeuriger door steeds kleinere tijdstapjes te nemen.



### Evaluatie van alternatieve theorieën

Leerlingen hebben nu een methode geleerd waarmee – gegeven een theorie, d.w.z. aannames over de invloeden en over de beweging uit zichzelf – de beweging ten gevolge van die theorie nauwkeurig bepaald kan worden. De vraag die nog rest is:

- Wat is de goede theorie?

Eén ding is leerlingen duidelijk: een goede theorie moet voorspellingen doen die overeenstemmen met de waarnemingen. Verder is het ze duidelijk dat de constructiemethode handig ingezet kan worden om de empirische adequaatheid van een theorie te testen:

- Bepaal met de constructiemethode de beweging volgens de theorie.
- Vergelijk die theoretisch geconstrueerde beweging met de waargenomen beweging.

In het tweede deel van onze Inleidende Cursus werken leerlingen dit plan uit.

Bij het aanleren van de constructiemethode hebben leerlingen in feite al twee theorieën leren kennen. Met beide valt weliswaar te verklaren dat een komeet omkeert, maar verder verschillen ze aanzienlijk in wat ze voorspellen. Volgens de ene theorie gaat de komeet achter de Zon langs en duurt de omkering ongeveer 8 dagen; volgens de andere gaat de komeet voorlangs en duurt de omkering ongeveer 5 dagen. En misschien zijn er nog andere theorieën te bedenken, bijvoorbeeld een theorie met een aantrekkende invloed waarbij de komeet achterlangs gaat. Bij gebrek aan data over de precieze beweging van komeet Kirch, valt niet uit te maken welke van deze theorieën het beste is.

Om een theorie *wel* te kunnen testen, moet deze toegepast worden op voorwerpen waarvan precies bekend is hoe ze bewegen. Daarom gaan we in de cursus over op planeten. Daarvan is namelijk precies bekend hoe ze bewegen, ook al in de tijd van Kepler en Newton. Leerlingen gaan dus de theorieën van Kepler en Newton over de planeetbeweging bestuderen en testen.

#### *Keplers theorie voor de planeten*

Omdat Keplers theorie velen onbekend zal zijn, gaan we daar nu wat uitgebreider op in – maar wel veel korter dan in het lesmateriaal. Keplers aanname voor de beweging uit zichzelf is: stilstaan. Verder werken er volgens Kepler twee soorten invloeden op een planeet:

- een draaikolk-invloed;
- een magnetische invloed.

De draaikolk-invloed is een gevolg van de rotatie van de Zon, waardoor de planeten als het ware meegesleurd worden. Deze invloed staat steeds loodrecht op de verbindinglijn tussen de planeet en de Zon. Voor de grootte ervan geldt:

$$\text{grootte draaikolk-invloed} = \frac{\text{rotatiesnelheid van de Zon}}{\text{afstand tot de Zon}}$$

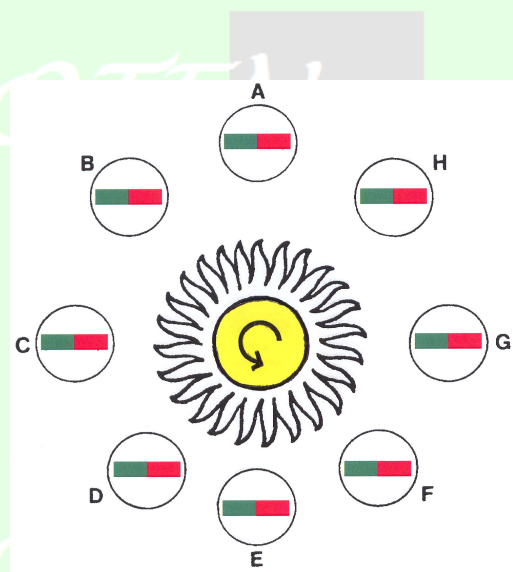
Als alleen de draaikolk-invloed werkte, zouden de planeten eenparige cirkelbewegingen uitvoeren. Bedenk namelijk dat het met ‘stilstaan’ als aanname voor de beweging uit zichzelf zo is dat de beweging altijd in de richting van de uitgeoefende invloed gaat.

Daar de planeten geen eenparige cirkelbeweging uitvoeren heeft Kepler nog een tweede invloed aangenomen: een soort magneetwerking. In een planeet bevinden zich volgens Kepler ‘magnetische draden’ (zie figuur 9). Hoe meer draden, des te sterker de magnetische invloed is. De noordpool van de draden (rood) wordt aangetrokken door de Zon; de zuidpool (groen) wordt afgestoten. De invloed is aantrekkend dan wel afstotend, en hangt af van hoeveel dichter de ene pool zich bij de Zon bevindt dan de andere. Preciezer geldt (maar deze formule komt niet in het lesmateriaal voor):

$$\text{magnetische invloed} = - (\text{aantal draden}) \times \sin \alpha$$

Hierbij is  $\alpha$  de hoek ASP, met A het aphelium, S het centrum van de Zon, en P de positie van de planeet. In positie C is de hoek bijvoorbeeld  $90^\circ$ .

Kwalitatief gaat Keplers redenering als volgt. Wanneer een planeet zich in positie A bevindt, zijn beide polen van de draden even ver van de Zon verwijderd. De aantrekking en de afstoting heffen elkaar dan op. In A ondergaat de planeet dus geen afwijking door de magnetische invloed. Natuurlijk is er nog wel de draaikolk-invloed, ten gevolge van het roteren van de Zon. Daardoor krijgt de planeet een afwijking in de richting van B. Wanneer de planeet in B is aangekomen, bevindt de noordpool van de draden zich iets dichterbij de Zon dan de zuidpool. De aantrekking is daarom in B wat sterker dan de afstoting. Dit maakt dat de planeet in B netto iets naar de Zon toe getrokken wordt. Dit aantrekkende effect is maximaal in positie C, waar het relatieve afstandverschil van beide polen tot de Zon het grootst is. Daarna neemt de aantrekking door de magnetische invloed af tot aan punt E. Van positie E tot positie A heeft de magnetische invloed juist een netto afstoting tot gevolg, tot aan positie G toenemend en daarna afnemend.



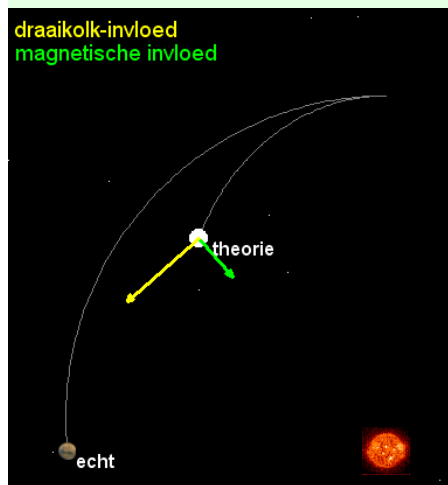
Figuur 9. Volgens Kepler werken op de planeet een draaikolk-invloed en een magnetische invloed.

Volgens deze kwalitatieve redenering is het resultaat van beide invloeden tezamen:

- De Zon staat niet langer in het middelpunt van de baan van de planeet. In E bevindt de planeet zich dichterbij de Zon dan in A.
- De planeet beweegt sneller naarmate deze zich dichterbij de Zon bevindt. De draaikolk-invloed is op kleinere afstand namelijk groter.

Dit is in overeenstemming met de feitelijke beweging van planeten.

#### Precieze test van Keplers theorie op de planeet Mars



Figuur 10. Keplers theorie toegepast op Mars.

Het blijkt inderdaad mogelijk om de modelplaneet te laten samenvallen met de waargenomen planeet, door geschikte keuze van de parameters. (Dit is geen toeval. Er kan analytisch aangetoond worden dat Keplers theorie Newtoniaanse oplossingen heeft.)

Leerlingen testen Keplers theorie op de planeet Mars. Een computermodel geeft zowel de waargenomen beweging weer als de volgens de theorie geconstrueerde beweging. Bij de theoretische beweging worden ook de twee invloeden weergegeven (zie figuur 10).

Leerlingen proberen de twee bewegingen te laten samenvallen door variatie van de relevante dynamische parameters in Keplers theorie:

- de rotatiesnelheid van de Zon;
- het aantal magnetische draden in Mars.

Vergeleken met de echte baan van Mars, trekt de witte modelplaneet in figuur 10 bijvoorbeeld teveel naar binnen. Ook loopt de modelplaneet achter. Dit suggereert dat het aantal draden verminderd moet worden, en de rotatiesnelheid verhoogd.

### Test van Newtons theorie op de planeet Mars

Aan Newtons theorie hoeven we hier minder aandacht te besteden. We volstaan met te vermelden dat we de gravitatiewet in vereenvoudigde vorm aanbieden, namelijk met de massa van de Zon als enige relevante dynamische parameter:

$$\text{grootte invloed} = \frac{\text{massa van de Zon}}{(\text{afstand tot de Zon})^2}$$

Uiteraard moet deze aanname voor de invloed gecombineerd worden met Newtons aanname voor de beweging uit zichzelf: met dezelfde snelheid rechtdoor bewegen. Anders zou het volgens de theorie zo zijn dat de planeet ten gevolge van de aantrekkende invloed te pletter slaat op de Zon.

Net als bij Keplers theorie, laten we leerlingen ook Newtons theorie testen op Mars. Ze gaan dus met behulp van een computermodel na of de met Newtons theorie geconstrueerde beweging kloppend te krijgen is met de waargenomen beweging. Uiteraard lukt dat voor een geschikte keuze van de massa van de Zon.

### Kiezen tussen Kepler en Newton

De stand van zaken is nu dus dat Keplers theorie en Newtons theorie beide de test voor Mars uitstekend hebben doorstaan. Maar uiteraard maakt één zwaluw nog geen zomer, dus ligt het voor de hand – ook voor leerlingen – om de theorieën ook eens te testen op andere hemellichamen. Leerlingen gaan dat vervolgens doen voor een andere planeet (de Aarde) en voor komeet Halley (waarvan de beweging wel uit en te na is waargenomen).

Het blijkt opnieuw dat voor beide theorieën de theoretisch geconstrueerde beweging kloppend is te krijgen met de waargenomen beweging, en voor elk van de hemellichamen is dat het geval. Toch doet zich een serieus probleem voor met Keplers theorie. Dit blijkt uit de volgende tabel, waarin weergegeven staat voor welke waarden van de parameters de theoretische en de waargenomen beweging samenvallen.

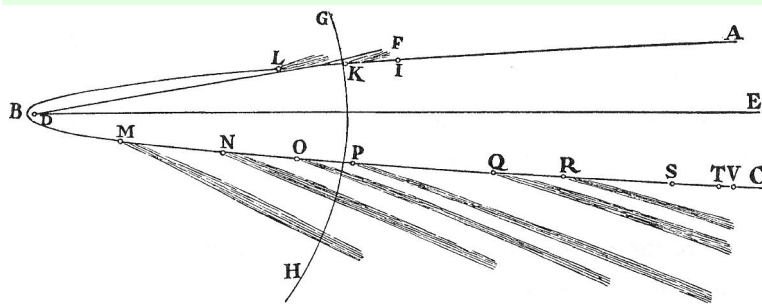
	Keplers theorie		Newtons theorie
	rotatiesnelheid	aantal draden	massa
Mars	14	268	1989
Aarde	12	20	1989
Halley	8	3733	1989

Het probleem met Keplers theorie is niet zozeer dat voor een ander hemellichaam een ander aantal draden gevonden wordt – dat zou kunnen. Maar het mag natuurlijk niet zo zijn – zoals ook leerlingen vinden – dat voor de rotatiesnelheid van de Zon *verschillende* waarden gevonden worden. Dat had in alle gevallen één en dezelfde waarde moeten zijn. Heel anders is de situatie bij Newtons theorie, waar voor elk van de gevallen dezelfde waarde van de massa van de Zon gevonden wordt.

Als het gaat om de keuze tussen theorieën, speelt dus nog meer mee dan de eis van empirische adequaatheid. Ook moet het zo zijn dat een theorie op dezelfde manier van toepassing is op dezelfde soort voorwerpen. Met name wat betreft deze eis van generaliseerbaarheid doet Newtons theorie het beter dan die van Kepler. Uiteraard toont dit nog niet aan dat Kepler definitief

verslagen is. Misschien is het mogelijk zijn theorie zo aan te passen dat de geconstateerde problemen verholpen worden. Maar dan komen – ook voor leerlingen – nog weer andere eisen naar voren die een rol spelen bij de keuze tussen theorieën. Bijvoorbeeld dat een theorie zo simpel mogelijk moet zijn en geen *ad hoc* aannames mag bevatten. De conclusie van de vergelijking is uiteindelijk dat Newtons theorie beter is dan die van Kepler.

Om de cirkel te sluiten, komen we uiteraard nog terug op komeet Kirch. Met behulp van een computermodel en met figuur 11 (afkomstig uit de *Principia*) laten we zien hoe de komeet volgens Newtons theorie bewogen heeft.



Figuur 11. De baan van komeet Kirch, zoals bepaald door Newton.

### Enkele indrukken uit de praktijk

De cursus draait ondertussen voor het derde achtereenvolgende jaar in de klas, en in de loop der tijd zijn de ergste kinderziektes eruit verdwenen. We volstaan hier nu met het geven van enkele algemene indrukken. Meer gedetailleerde bevindingen zullen gerapporteerd worden in het proefschrift van Katrina Emmett.

Over het algemeen werken leerlingen enthousiast met het materiaal. Wel vinden ze het vaak raar dat ze een foute theorie moeten leren. Er is dus wat extra docentbegeleiding vereist om leerlingen op het spoor te krijgen dat het niet alleen gaat om goed of fout, maar dat het *waarom* van het goed of fout minstens even belangrijk is. Sowieso vraagt de cursus om andere docentbegeleiding dan tegenwoordig gebruikelijk is in het studiehuis, vooral ook vanwege ons streven om leerlingen steeds bewust te maken van wat ze gaan doen en waarom.

Wat betreft de inhoudelijke opbrengst zijn de eerste indrukken dat leerlingen de mechanica leren waarderen als een krachtig theoretisch instrument waarmee ook veel nuttige dingen te doen zijn. Het feit dat ze herhaaldelijk zelf constructies maken speelt daarbij een belangrijke rol. Verder is het onze indruk dat leerlingen juist door Kepler te hebben bestudeerd tot een dieper begrip van Newton zijn gekomen. Daarbij moeten we wel aantekenen dat leerlingen soms moeite hebben om overzicht te houden over de verschillende theorieën, de relaties met hun eigen intuïties, en de soms subtiele gronden waarop gekozen wordt tussen theorieën. Dit onderstreept nog eens hoe vitaal een adequate ondersteuning door de docent is.

### Plaats van de cursus in het natuurkunde-programma

De Inleidende Cursus is, in overeenstemming met zijn naam, alleen nog maar een inleiding op de mechanica. Mede naar aanleiding van vragen van deelnemers aan de werkgroep, geven we nu aan welke mogelijkheden we zien om de cursus productief te maken in de rest van het natuurkunde-programma, in het bijzonder de rest van het mechanica-onderwijs.



### Overgang naar aardse bewegingen

De Inleidende Cursus sluit af met een overgang naar aardse bewegingen. Het is duidelijk dat als het gaat om bijvoorbeeld de beweging van een voetbal tijdens een voetbalwedstrijd of van een remmende auto, dat dan andere aannames gemaakt moeten worden over invloeden dan bij de beweging van hemellichamen. Welke precies, hangt van de situatie af. Anders is het met de aanname voor de beweging uit zichzelf. Kepler en Newton vonden allebei dat hun eigen aanname op *alle* voorwerpen van toepassing moet zijn, en niet alleen op hemellichamen. We delen mee dat, net zoals bij hemellichamen, het ook in andere gevallen steeds zo blijkt te zijn dat Newtons aanname het beter doet, en dat we daarom vanaf nu steeds met Newtons aanname werken.

Bij de overgang naar de aardse mechanica richten we de aandacht van leerlingen ook meteen op aspecten die de toepassing van Newtons aanpak op aardse bewegingen speciaal, en ook lastig, maken. In het bijzonder dat er bijna altijd meerdere krachten tegelijkertijd werken, en de speciale rol van wrijving. Klopt het bijvoorbeeld wel dat ook voor aardse bewegingen de beweging uit zichzelf gegeven wordt door: rechtdoor met dezelfde snelheid? Om een kinderwagen met dezelfde snelheid te laten bewegen, moet je blijven duwen, anders komt de kinderwagen tot stilstand. Ook een bal die je wegrolt komt uiteindelijk tot stilstand en hetzelfde geldt als je stopt met trappen op je fiets. Voor kinderwagens, ballen en fietsen lijkt het dus niet zo dat ze zonder invloed door blijven bewegen.

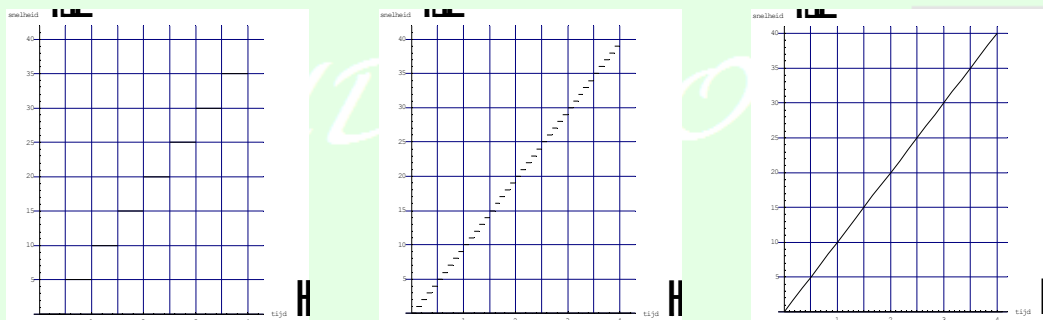


Figuur 12. Zonder te duwen komt de kinderwagen tot stilstand. Klopt Newtons aanname?

### Constante krachten langs de bewegingsrichting

We hebben aanvullend materiaal ontwikkeld, waarin Newtons aanpak toegepast wordt op een *constante kracht* die werkt *langs de bewegingsrichting*. De constantheid van de kracht maakt die toepassing simpeler, doordat de door een constante kracht in een tijdstap veroorzaakte afwijking dan steeds even groot is. De gerichtheid langs de beweging maakt de toepassing simpeler, doordat de combinatie van de verplaatsing uit zichzelf en de afwijking door de invloed dan een normale optelling is in plaats van een vectoriële.

Gegeven deze vereenvoudigingen kunnen leerlingen in belangrijke mate *zelf*, dus zonder gebruik van een computer, achterhalen dat een constante kracht tot een constante verandering van de snelheid leidt. Hieruit volgen dan de gebruikelijke formules voor de snelheid en de afgelegde weg als functie van de tijd.



Figuur 13. Door steeds kleinere tijdstapjes te nemen, is in te zien dat de snelheid-tijd grafiek een rechte lijn wordt.



### *Bespreekbaar maken van begripsproblemen*

We verwachten niet dat met de Inleidende Cursus alle mogelijke begripsproblemen voorkomen worden. Wel verwachten we op een aantal punten winst. Zo verwachten we dat leerlingen tot een beter begrip van Newtons eerste wet komen, en de rol die deze speelt in de mechanica. De eerste ervaringen wijzen uit dat dit inderdaad het geval is.

Verder verwachten we dat begripsproblemen, wanneer deze zich voordoen, in ieder geval beter bespreekbaar gemaakt kunnen worden. Neem bijvoorbeeld het idee dat op een bal die door een keeper is uitgetrapt behalve de zwaartekracht ook nog de 'kracht van de keeper' werkt. Wellicht ligt hier niet echt een probleem, en wil er alleen maar uitgedrukt zijn dat de keeper er uiteindelijk de oorzaak van is dat de bal door de lucht vliegt. Hoe dan ook, met een simpele constructie kan ingezien worden dat uitsluitend een naar beneden gerichte zwaartekracht verondersteld hoeft te worden om te verklaren dat de bal toch in een boog beweegt.

### *Kiezen tussen theorieën*

Naar onze indruk verdient de Inleidende Cursus navolging als het gaat om de meer filosofische en historische aspecten. Wij vinden het jammer dat deze aspecten tegenwoordig 'verbannen' worden naar ANW, en als gevolg daarvan te weinig inhoudelijk ingebed worden.

Een onderwerp dat om soortgelijke behandeling schreeuwt betreft de theorie van licht, met Huygens en Newton als belangrijke 'tegenstanders'. We hebben dit nog niet uitgewerkt tot voorbeeldmateriaal.

### **Is het de extra investering waard?**

De Inleidende Cursus beslaat ongeveer 11 lessen van 50 minuten, en betreft grotendeels niet-examenstof. Ongetwijfeld wordt bij de behandeling van de reguliere mechanica weer wat tijd teruggewonnen. Zo is het aanvullende materiaal dat we geschreven hebben bedoeld ter gedeeltelijke vervanging van de reguliere mechanica. Maar uiteindelijk is netto sprake van een behoorlijke tijdsinvestering.

Dit roept uiteraard meteen de vraag op of het de moeite waard is om die investering te doen. Met een discussie naar aanleiding van deze vraag hebben we onze werkgroep besloten. Uiteraard is er geen goed of fout antwoord op deze vraag. Wel hebben we veel docenten horen verzuchten dat ze zouden willen dat ze meer tijd en ruimte hadden om aandacht te besteden aan juist de aspecten die wij in onze Inleidende Cursus benadrukt hebben. In ieder geval willen wij de aanwezigen nogmaals bedanken voor hun belangstelling.

### **Contact**

Voor nadere informatie over het lesmateriaal met toebehoren kunt u contact opnemen met [c.w.j.m.klaassen@uu.nl](mailto:c.w.j.m.klaassen@uu.nl).

WOUDSCHOTEN

2007